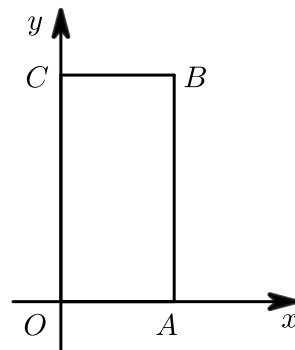


第4讲 一次函数与动点、四边形综合

一、一次函数与动点综合

例题1

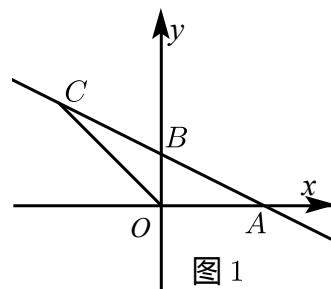
1. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，长方形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 的坐标分别为 $(3, 0)$ ， $(0, 5)$ 。



- (1) 直接写出点 B 的坐标。
- (2) 若过点 C 的直线 CD 交 AB 边于点 D ，且把长方形 $OABC$ 的周长分为 $1:3$ 两部分，求直线 CD 的解析式。
- (3) 设点 P 沿 $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向运动到点 C （但不与点 O 、 C 重合），求 $\triangle OPC$ 的面积 y 与点 P 所行路程 x 之间的函数关系式及自变量 x 的取值范围。

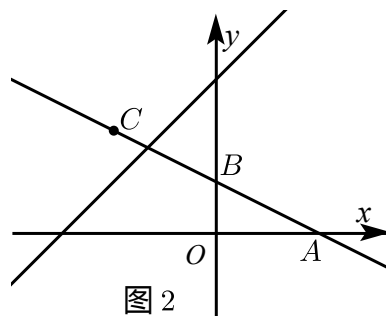
练习1

2. 已知直线 AB 分别交 x 、 y 轴于 $A(4, 0)$ 、 B 两点， $C(-4, a)$ 为直线 $y = -x$ 与直线 AB 的公共点。

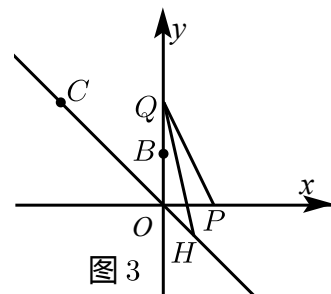


(1) 求点 B 的坐标。

(2) 已知动点 M 在直线 $y = x + 6$ 上，是否存在点 M ，使得 $S_{\triangle OMB} = S_{\triangle OMA}$ ？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由。



(3) 已知点 P 、 Q 分别是 x 轴、 y 轴正半轴上的动点， Q 在点 B 上方，且 $OP = BQ$ ， QH 是 $\angle OQP$ 的角平分线，交直线 CO 于 H ，直接写出 OB 、 PQ 、 OH 之间的数量关系。

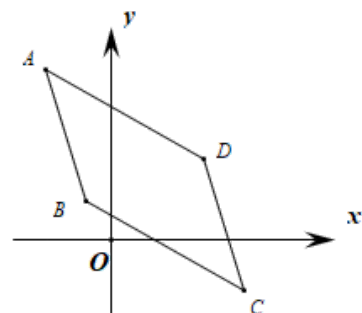


二、一次函数与四边形存在性

与平行四边形存在性综合

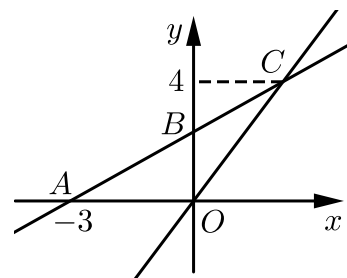
平行四边形顶点坐标模型：

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，
有_____



例题2

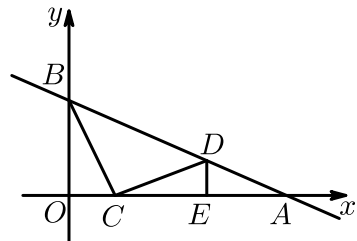
3. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， O 是坐标原点，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，且与正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象的交点为 $C(m, 4)$ 。



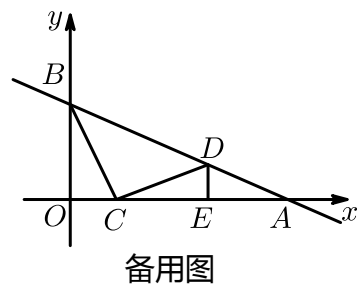
- (1) 求一次函数 $y = kx + b$ 的解析式。
- (2) D 是平面内一点，以 O 、 C 、 D 、 B 四点为顶点的四边形是平行四边形，直接写出点 D 的坐标。(不必写出推理过程)。

练习2

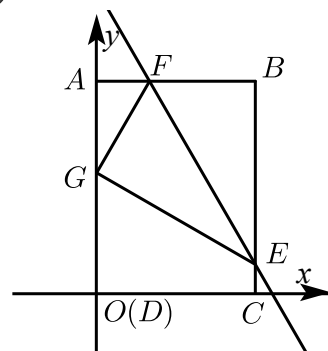
4. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = kx + b$ 与 x 轴、 y 轴相交于 $A(6, 0)$ ， $B(0, 3)$ 两点，动点 C 在线段 OA 上．将线段 CB 绕着点 C 顺时针旋转 90° 得到 CD ，此时点 D 恰好落在直线 AB 上，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E ．



- (1) 求直线 $y = kx + b$ 的表达式及点 D 的坐标．
- (2) 若点 P 在 y 轴上，点 Q 在直线 AB 上，是否存在以 C 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，直接写出所有满足条件的 Q 点坐标，若不存在，请说明理由．



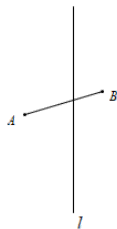
5. 如图，四边形 $ABCD$ 为矩形， C 点在 x 轴上， A 点在 y 轴上， $D(0,0)$ ， $B(3,4)$ ，矩形 $ABCD$ 沿直线 EF 折叠，点 B 落在 AD 边上的 G 处， E ， F 分别在 BC ， AB 边上且 $F(1,4)$ 。



- (1) 求 G 点坐标。
- (2) 求直线 EF 解析式。
- (3) 点 N 在坐标轴上，直线 EF 上是否存在点 M ，使以 M ， N ， F ， G 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出 M 点坐标；若不存在，说明理由。

与菱形存在性综合

有一组 _____ 相等的 _____ 是菱形．因此，菱形存在性问题可转为 _____ 存在性加 _____ 存在性问题．如图，点 C 是直线 l 上一点，在平面内找一点 D 使得以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形为菱形．



第一步，由“两圆一线”，先在直线 l 找到点 C 使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，这样，就相当于找到了菱形的一半，满足情况的点 C 有 _____ 个；

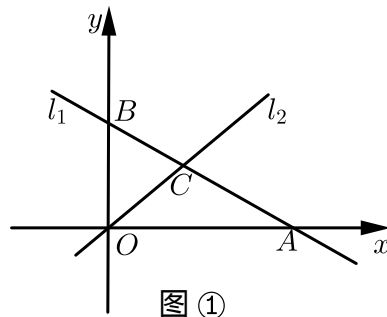
第二步，由“平移法”或“中点法”找到点 D 使得以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形为平行四边形，这样作出的平行四边形就是菱形．

在具体的求解过程中，点 C 坐标可以由等腰三角形存在性问题的“代数法”求得；点 D 坐标继而可以由平行四边形存在性问题的“平移坐标公式法”或“中点坐标公式法”求得．

例题3

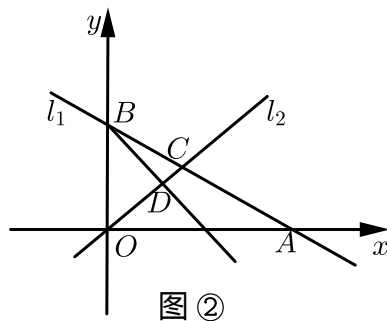
6. 在平面直角坐标系中，直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x + 4$ 分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、点 B ，且与直线 $l_2: y = x$ 于点 C ．

(1) 如图①，求出 B 、 C 两点的坐标．



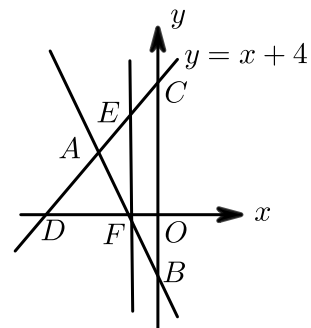
(2) 若 D 是线段 OC 上的点，且 $\triangle BOD$ 的面积为 4，求直线 BD 的函数解析式．

(3) 如图②，在 (2) 的条件下，设 P 是射线 BD 上的点，在平面内是否存在点 Q ，使以 O 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．



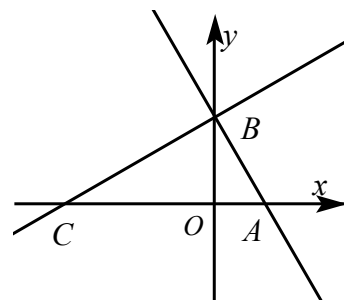
练习3

7. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 D 、 C ，直线 AB 与 y 轴交于点 $B(0, -2)$ ，与直线 CD 交于点 $A(m, 2)$ 。



- (1) 求直线 AB 的解析式。
- (2) 设 P 是射线 CD 上一点，在平面内是否存在点 Q ，使以 B 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形？
若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

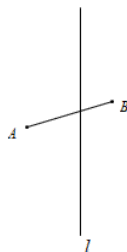
8. 如图，平面直角坐标系中，直线 l 分别交 x 轴、 y 轴的正半轴于 A 、 B 两点，且 $OA = 1$ ， $OB = \sqrt{3}$ ，点 C 在 x 轴负半轴上，且 $AB : AC = 1 : 2$ 。



- (1) 点 C 的坐标为 _____ 。
- (2) 若点 M 从 C 点出发，以每秒1个单位的速度沿射线 CB 运动，连接 AM ，设 $\triangle ABM$ 的面积为 S ，点 M 的运动时间为 t ，写出 S 关于 t 的函数关系式，并写出自变量的取值范围。
- (3) 点 P 是 y 轴上的点，在坐标平面内是否存在点 Q ，使以 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，请求出 Q 点的坐标；若不存在，请说明理由。

与矩形存在性综合

有一个角是_____的_____是矩形. 因此, 矩形存在性问题可转化为_____存在性加平行四边形存在性问题. 如点 C 是直线 l 上一点, 在平面内找一点 D 使得以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形为矩形.



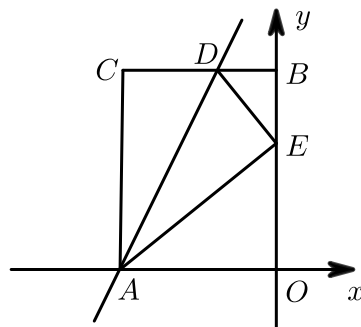
第一步, 由“两线一圆”, 先在直线 l 上找到点 C 使得 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 这样, 就相当于找到了矩形的一半, 满足情况的点 C 有_____个;

第二步, 由“平移法”或“中点法”找到点 D 使得以点 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形为平行四边形, 这样作出的平行四边形就是矩形.

在具体的求解过程中, 点 C 坐标可以由直角三角形存在性问题的“代数法”或“几何法”求得; 点 D 坐标继而可以由平行四边形存在性问题的“平移坐标公式法”或“中点坐标公式法”求得.

例题4

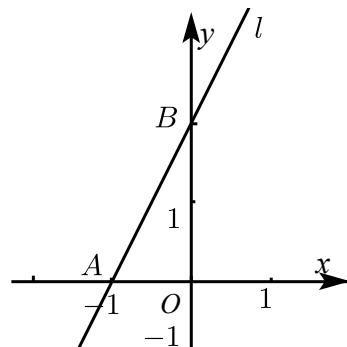
9. 如图, 矩形 $AOBC$ 中, $A(-8, 0)$, $B(0, 10)$, D 为边 BC 上一点, 现沿直线 AD 将矩形折叠, 使点 C 与 y 轴上的点 E 重合.



- (1) 求直线 AD 的解析式.
- (2) 若点 P 在 y 轴上, 平面内是否存在点 Q , 使以 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形是以 AD 为边的矩形? 若存在, 请直接写出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

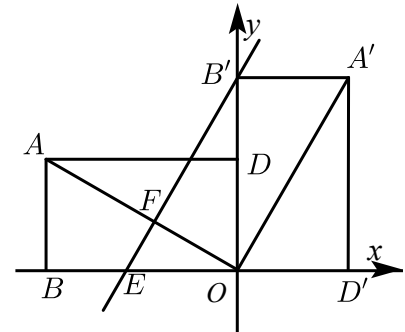
练习4

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 与直线 $y = 2x$ 平行，且直线 l 与 x 、 y 轴分别交于点 A $(-1, 0)$ 、点 B 、点 $C(1, a)$ 在直线 l 上．



- (1) 求直线 l 的表达式以及点 C 的坐标．
- (2) 点 P 在 y 轴正半轴上，点 Q 是坐标平面内一点，如果四边形 $PAQC$ 为矩形，求点 P 、 Q 的坐标．

11. 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 C 与坐标轴原点 O 重合， OB 、 OD 边分别放在 x 轴， y 轴上；其中， $AB = 2$ ， $\angle AOB = 30^\circ$ ；将矩形 $ABCD$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得矩形 $A'B'OD'$ ，连接 AO 、 $A'O$ ；直线 $B'E \parallel A'O$ 交 x 轴于点 E ，交 AO 于 F 。



- (1) 填空：矩形 $ABCD$ 的面积为 _____，直线 EB' 的解析式为 _____。
- (2) 在直线 EB' 上有动点 M ，在坐标平面内是否存在动点 N ，使以 M 、 N 、 O 、 A' 为顶点的四边形为矩形？若存在，请求出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。